

Динамика и управление колебаниями систем и сетей

Department of Theoretical Cybernetics,
Faculty of Mathematics and Mechanics,
Saint Petersburg University
Universitetskii pr.28, Petrodvoretz,
Saint Petersburg, Russia
almat1540@spb.edu

- Транспортная пробка

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

Где возникают подобные проблемы?

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

Где возникают подобные проблемы?

- Имеются **объекты**, нуждающиеся в обслуживании определенного рода

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

Где возникают подобные проблемы?

- Имеются объекты, нуждающиеся в обслуживании определенного рода
- Нет возможности предоставить его всем **немедленно**

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

Где возникают подобные проблемы?

- Имеются объекты, нуждающиеся в обслуживании определенного рода
- Нет возможности предоставить его всем немедленно
- Объекты нуждаются в **многократном обслуживании** в нескольких пунктах, **перемещаясь** между ними

- Транспортная пробка
- очередь в метро или кассу супермаркета
- ожидание ответа телефонной справочной службы
- отказ при попытке выйти на междугороднюю телефонную линию
- медленный Интернет-трафик
- несвоевременная поставка товара
- задержка или несогласованность в прохождении платежа
- задержка или несогласованность в прохождении информации
- затоваривание склада

Потоковая сеть с очередями

- Имеются **объекты**, нуждающиеся в обслуживании определенного рода
- Нет возможности предоставить его всем немедленно
- **Объекты** нуждаются в многократном обслуживании в нескольких пунктах, перемещаясь между ними

- **Объекты** = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор

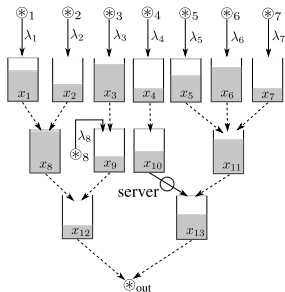
- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- **Очередь** = буфер, класс

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- **Поток** работы: внешний, внутренний, исходящий

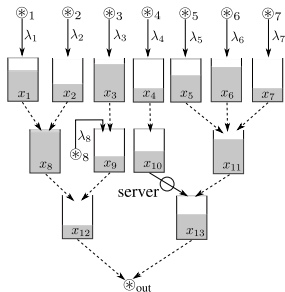
- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- **Маршрут** = последовательность посещения работой серверов

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- **Маршрутизация** = процедура построения маршрута

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута

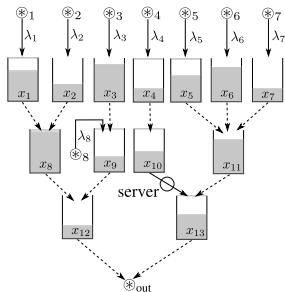


- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



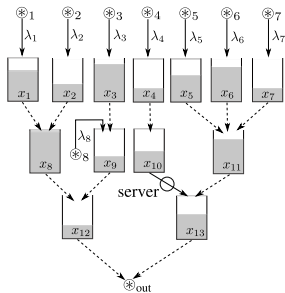
- Односерверная сеть

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



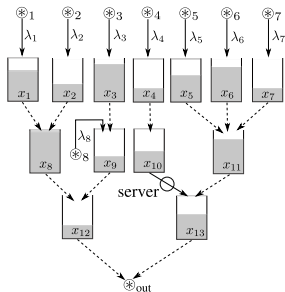
- Односерверная сеть
- Многопоточная (multiclass) сеть

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



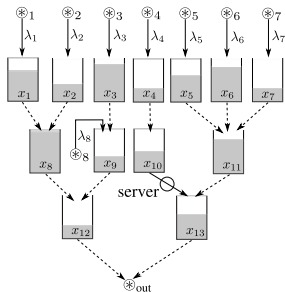
- Односерверная сеть
- Многопоточковая (multiclass) сеть
- Слияние потоков

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



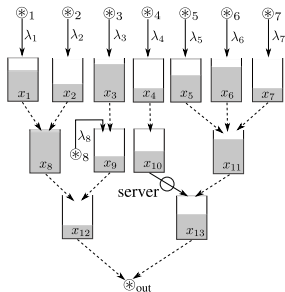
- Односерверная сеть
- Многопоточная (multiclass) сеть
- Слияние потоков
- Деление потоков

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



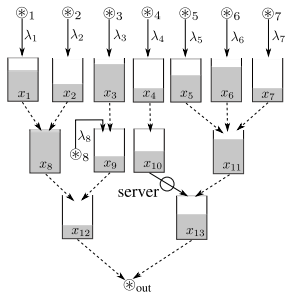
- Односерверная сеть
- Многопоточковая (multiclass) сеть
- Слияние потоков
- Деление потоков
- Статическая/динамическая маршрутизация

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



- Односерверная сеть
- Многопоточковая (multiclass) сеть
- Слияние потоков
- Деление потоков
- Статическая/динамическая маршрутизация

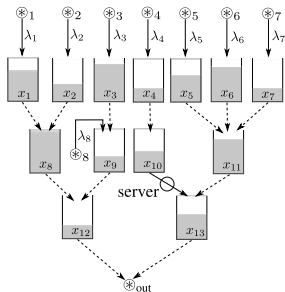
- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



- Односерверная сеть
- Многопоточковая (multiclass) сеть
- Слияние потоков
- Деление потоков
- Статическая/динамическая маршрутизация

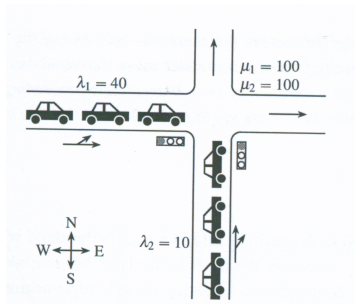
Потоковая сеть с очередями

- Объекты = клиенты (customers), пакеты, работа (work, jobs)
- Станция обслуживания = сервер, машина, процессор
- Очередь = буфер, класс
- Поток работы: внешний, внутренний, исходящий
- Маршрут = последовательность посещения работой серверов
- Маршрутизация = процедура построения маршрута



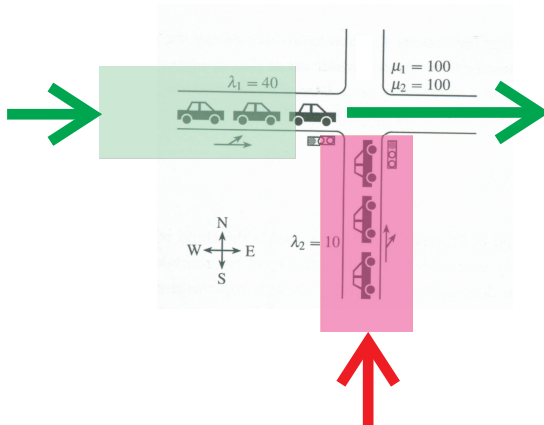
- Односерверная сеть
- Многопоточковая (multiclass) сеть
- Слияние потоков
- Деление потоков
- Статическая/динамическая маршрутизация

Отступление: транспортная сеть



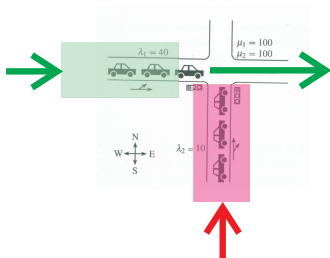
J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

Отступление: транспортная сеть



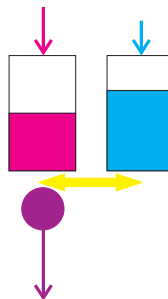
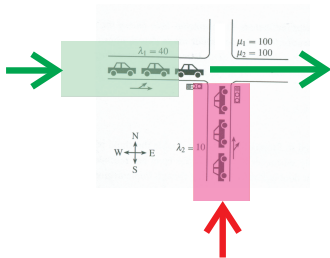
J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

Отступление: транспортная сеть



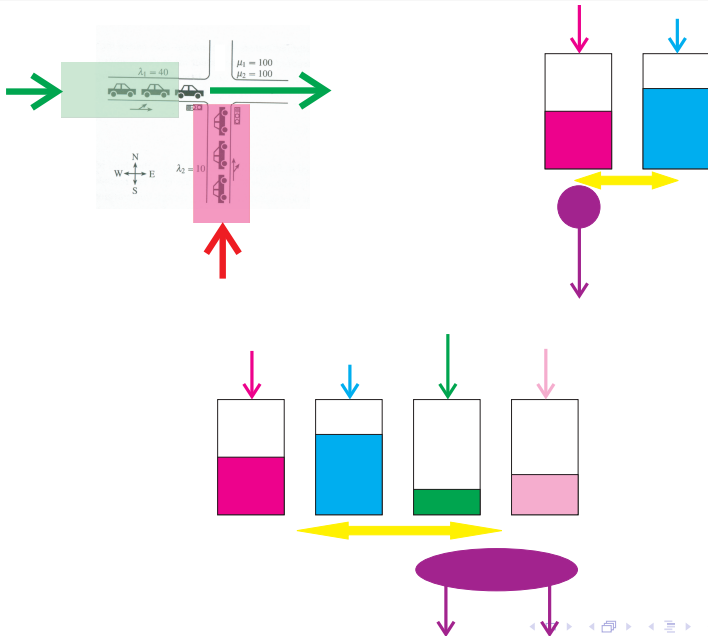
J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

Отступление: транспортная сеть

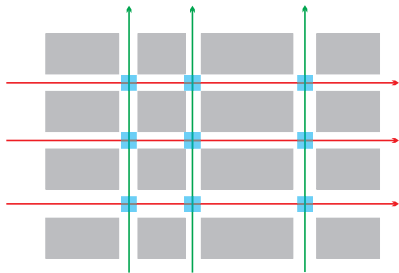


J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

Отступление: транспортная сеть

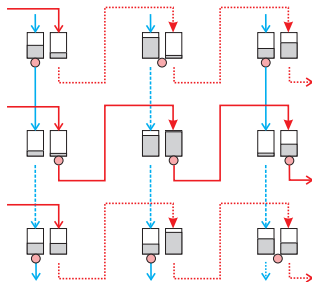
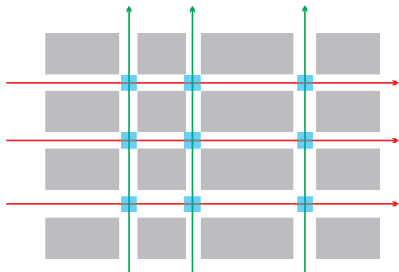


Отступление: транспортная сеть



J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

Отступление: транспортная сеть



J.A.W.M. van Eekelen and E. Lefeber and J.E. Rooda, State feedback control of switching servers with setups, Eindhoven University of Technology, Systems Engineering Group, Department of Mechanical Engineering, SE report 2006-03, 2006, Eindhoven, The Netherlands

- **Компьютерные и телекоммуникационные сети**

Пакеты данных, файлы, телефонные звонки, запросы на чтение/запись перемещаются между компьютерами, буферами, переключательными станциями.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети

- Интернет

Запросы, e-mail'ы, объявления и др. пакеты данных перемещаются между серверами и персональными компьютерами.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети

Полуфабрикаты, материалы, части перемещаются между обрабатывающими станциями (например, станками), пунктами контроля, хранилищами, транспортными средствами.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
Оборудование перемещается между пунктами эксплуатации и ремонта.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
Задания и результаты их выполнения перемещаются между процессорами и буферами.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
Транспортные средства перемещаются по трассам разной пропускной способности между регулируемые перекрестками. Пассажиры перемещаются между станциями пересадки.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
- Сети снабжения
Части, материалы, персонал, транспортные средства перемещаются между потребителями, пунктами производства и хранения.

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
- Сети снабжения
- Логистика

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
- Сети снабжения
- Логистика

Процесс планирования, организации и управления потоками ресурсов, их складированием и хранением, а также предоставление информации о всех этапах их продвижения в целях наилучшего удовлетворения запросов клиентуры.

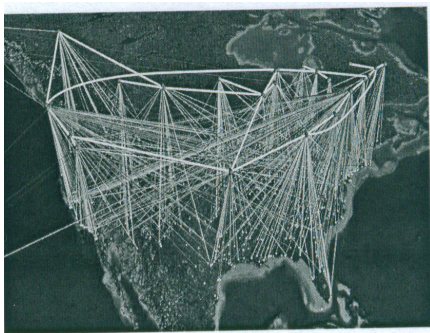
(USA Council for Logistics Management)

- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
- Сети снабжения
- Логистика
Совокупность способов и методов эффективного управления товарными потоками и обеспечением наименьших издержек и высокого уровня организации и осуществления процессов снабжения, управления товарным рынком, производства и сбыта.
(France)

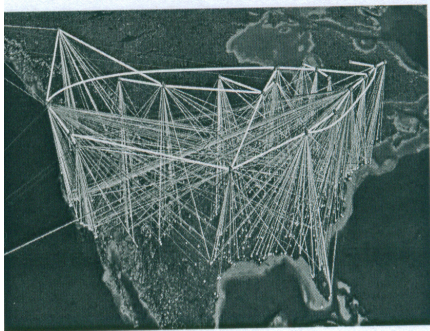
- Компьютерные и телекоммуникационные сети
- Интернет
- Производственные сети
- Ремонтно-эксплуатационные сети
- Системы параллельных и распределенных вычислений
- Транспортные сети
- Сети снабжения
- Логистика

Эффективное планирование, управление и обеспечение товарных и сопутствующих им денежных и информационных потоков в конкурентной рыночной среде.

the NSFNET Internet backbone

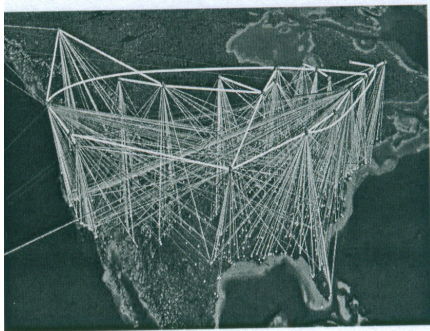


the NSFNET Internet backbone



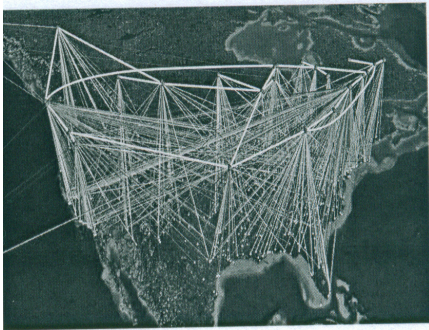
- Управление насыщением линий

the NSFNET Internet backbone



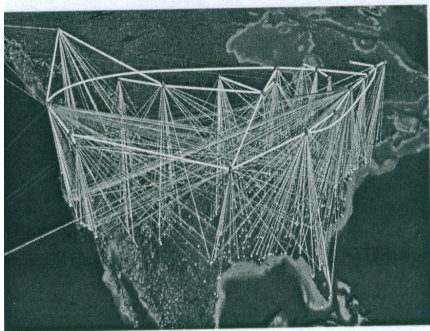
- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков

the NSFNET Internet backbone



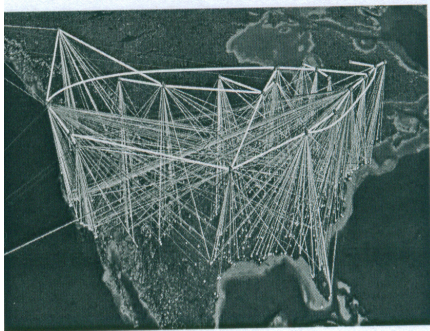
- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша

the NSFNET Internet backbone



- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

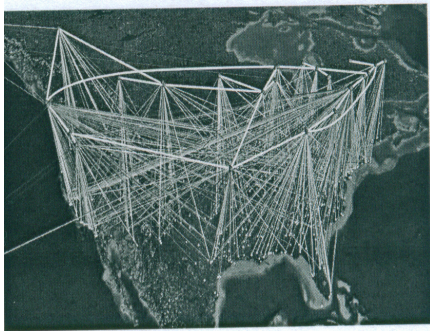
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

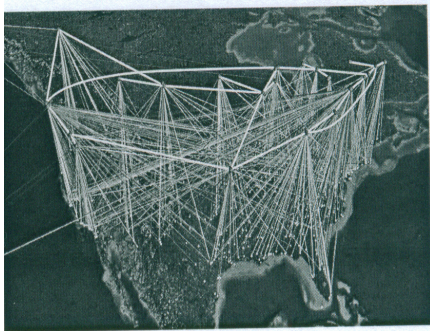
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

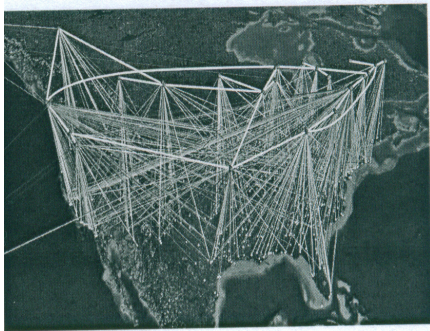
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

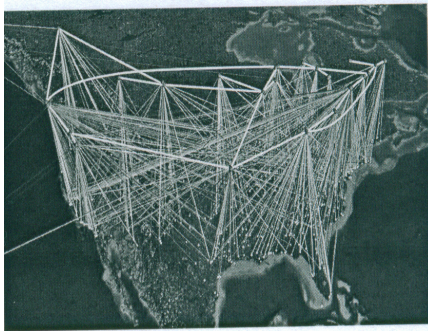
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен
 - маловлиятелен

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

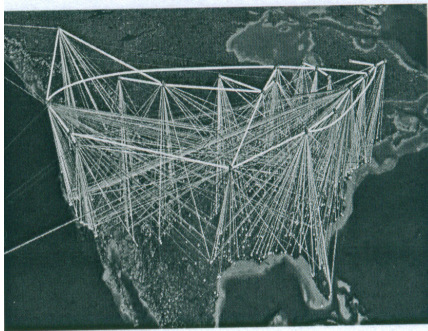
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен
 - маловлиятелен
- Единые правила для всех

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

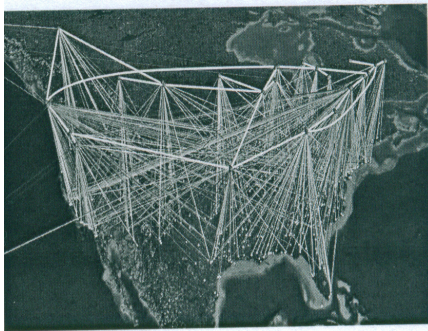
the NSFNET Internet backbone



- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен
 - маловлиятелен
- Единые правила для всех
- Неопределенность и непредсказуемость

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

the NSFNET Internet backbone

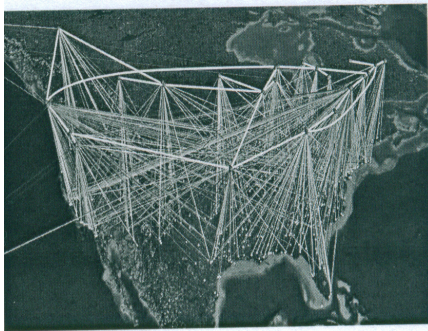


- Децентрализованные решения
- Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен
 - маловлиятелен
- Единые правила для всех
- Неопределенность и непредсказуемость

- Управление насыщением линий
- Маршрутизация потоков
- Кэширование, обновление кэша
- Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)

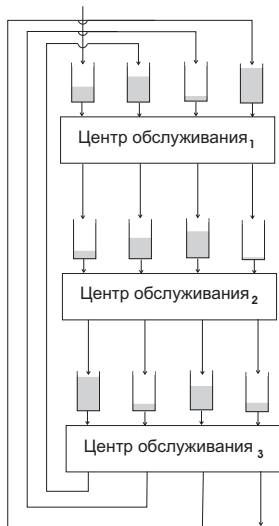
- Нестационарность

the NSFNET Internet backbone

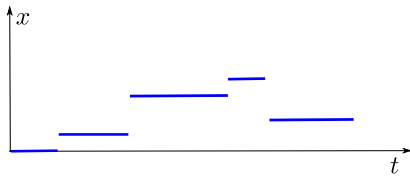
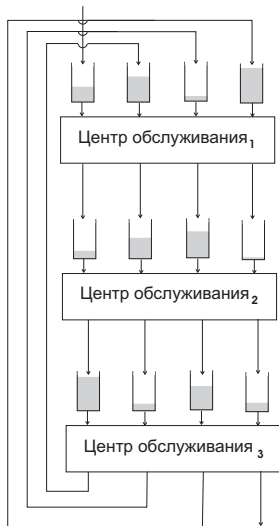


- Децентрализованные решения
 - Каждый центр принятия решения
 - слабо осведомлен
 - маловлиятелен
 - Единые правила для всех
 - Неопределенность и непредсказуемость
- Управление насыщением линий
 - Маршрутизация потоков
 - Кэширование, обновление кэша
 - Управление мощностью сигнала (беспроводные сети)
 - Нестационарность
 - Разнообразие применяемых критериев

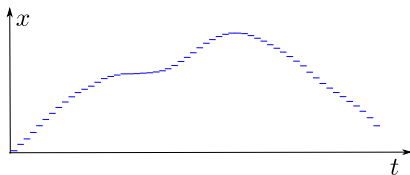
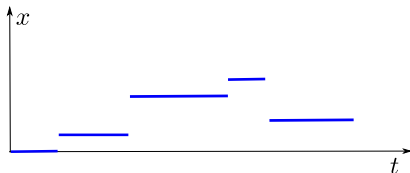
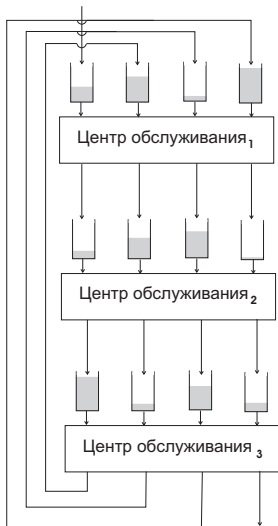
Пример: управление гибкой производственной системой



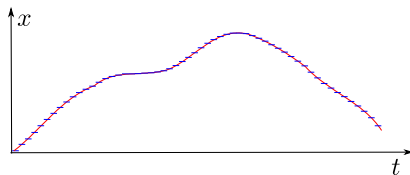
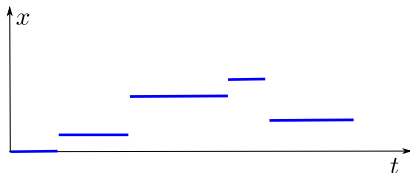
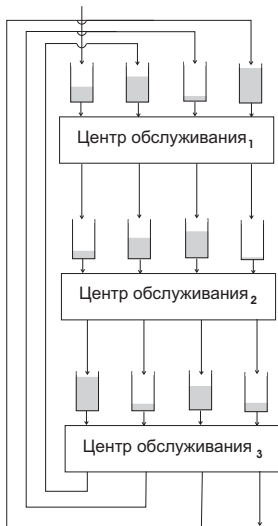
Пример: управление гибкой производственной системой



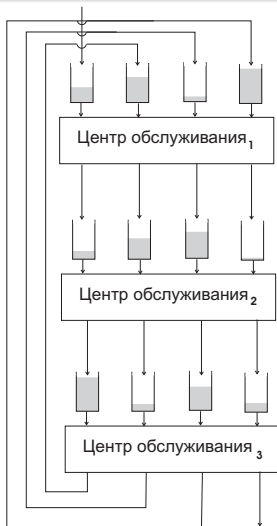
Пример: управление гибкой производственной системой



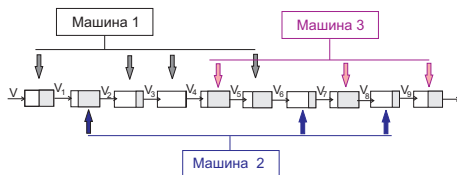
Пример: управление гибкой производственной системой



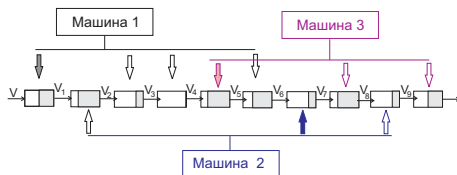
Пример: управление гибкой производственной системой



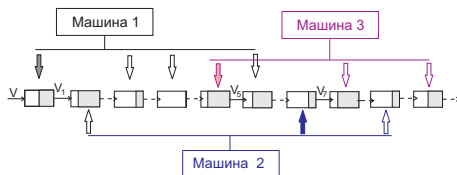
Пример: управление гибкой производственной системой



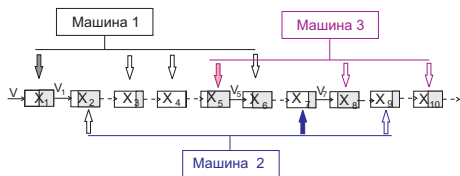
Пример: управление гибкой производственной системой



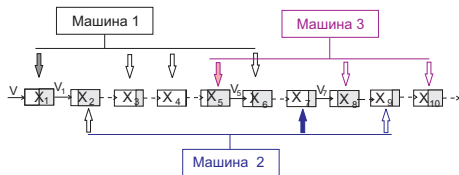
Пример: управление гибкой производственной системой



Пример: управление гибкой производственной системой

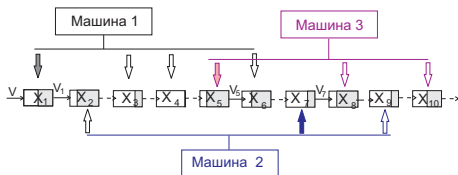


Пример: управление гибкой производственной системой



$$\begin{array}{cccccc} \dot{X}_1 = v - v_1 & \dot{X}_2 = v_1 & \dot{X}_3 = 0 & \dot{X}_4 = 0 & \dot{X}_5 = -v_5 & \\ \dot{X}_6 = v_5 & \dot{X}_7 = -v_7 & \dot{X}_8 = v_7 & \dot{X}_9 = 0 & \dot{X}_{10} = 0 & \end{array}$$

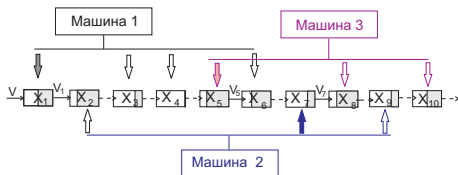
Пример: управление гибкой производственной системой



$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= v - v_1 & \dot{X}_2 &= v_1 & \dot{X}_3 &= 0 & \dot{X}_4 &= 0 & \dot{X}_5 &= -v_5 \\ \dot{X}_6 &= v_5 & \dot{X}_7 &= -v_7 & \dot{X}_8 &= v_7 & \dot{X}_9 &= 0 & \dot{X}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?

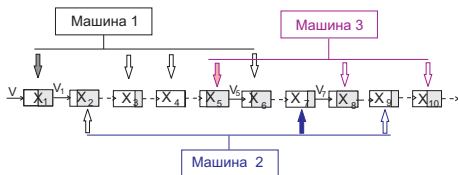
Пример: управление гибкой производственной системой



$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= v - v_1 & \dot{X}_2 &= v_1 & \dot{X}_3 &= 0 & \dot{X}_4 &= 0 & \dot{X}_5 &= -v_5 \\ \dot{X}_6 &= v_5 & \dot{X}_7 &= -v_7 & \dot{X}_8 &= v_7 & \dot{X}_9 &= 0 & \dot{X}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?

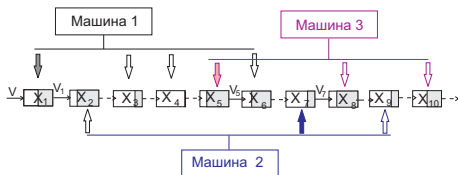
Пример: управление гибкой производственной системой



$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= v - v_1 & \dot{X}_2 &= v_1 & \dot{X}_3 &= 0 & \dot{X}_4 &= 0 & \dot{X}_5 &= -v_5 \\ \dot{X}_6 &= v_5 & \dot{X}_7 &= -v_7 & \dot{X}_8 &= v_7 & \dot{X}_9 &= 0 & \dot{X}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

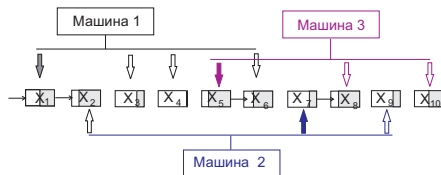


$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= v - v_1 & \dot{X}_2 &= v_1 & \dot{X}_3 &= 0 & \dot{X}_4 &= 0 & \dot{X}_5 &= -v_5 \\ \dot{X}_6 &= v_5 & \dot{X}_7 &= -v_7 & \dot{X}_8 &= v_7 & \dot{X}_9 &= 0 & \dot{X}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

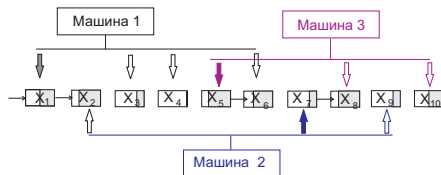


$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v - v_1 & \dot{x}_2 &= v_1 & \dot{x}_3 &= 0 & \dot{x}_4 &= 0 & \dot{x}_5 &= -v_5 \\ \dot{x}_6 &= v_5 & \dot{x}_7 &= -v_7 & \dot{x}_8 &= v_7 & \dot{x}_9 &= 0 & \dot{x}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

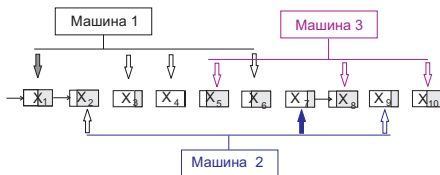


$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v - v_1 & \dot{x}_2 &= v_1 & \dot{x}_3 &= 0 & \dot{x}_4 &= 0 & \dot{x}_5 &= -v_5 \\ \dot{x}_6 &= v_5 & \dot{x}_7 &= -v_7 & \dot{x}_8 &= v_7 & \dot{x}_9 &= 0 & \dot{x}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

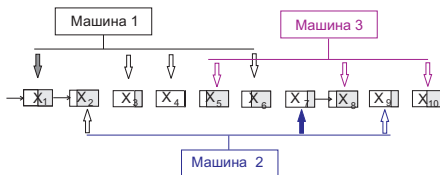


$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v - v_1 & \dot{x}_2 &= v_1 & \dot{x}_3 &= 0 & \dot{x}_4 &= 0 & \dot{x}_5 &= -v_5 \\ \dot{x}_6 &= v_5 & \dot{x}_7 &= -v_7 & \dot{x}_8 &= v_7 & \dot{x}_9 &= 0 & \dot{x}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

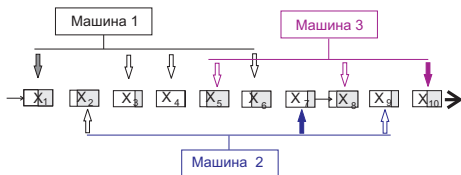


$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v - v_1 & \dot{x}_2 &= v_1 & \dot{x}_3 &= 0 & \dot{x}_4 &= 0 & \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= 0 & \dot{x}_7 &= -v_7 & \dot{x}_8 &= v_7 & \dot{x}_9 &= 0 & \dot{x}_{10} &= 0 \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой

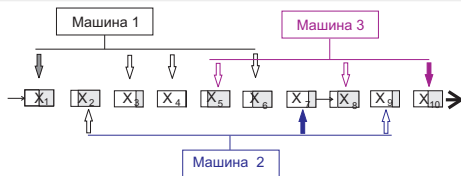


$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v - v_1 & \dot{x}_2 &= v_1 & \dot{x}_3 &= 0 & \dot{x}_4 &= 0 & \dot{x}_5 &= 0 \\ \dot{x}_6 &= 0 & \dot{x}_7 &= -v_7 & \dot{x}_8 &= v_7 & \dot{x}_9 &= 0 & \dot{x}_{10} &= -v_{10} \end{aligned}$$

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой



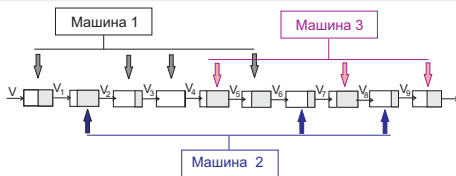
$$\delta_{i \rightarrow j}$$

Время, необходимое для переключения из буфера i в буфер j

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой



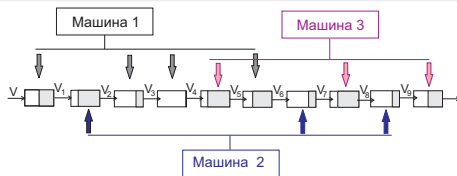
$$\delta_{i \rightarrow j}$$

Время, необходимое для переключения из буфера i в буфер j

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- Что делать, если обрабатываемый буфер опустошен?
- Когда данная машина должна прекращать обслуживание данного буфера и переключаться в другой буфер?
- На какой скорости обслуживать данный буфер?

Пример: управление гибкой производственной системой



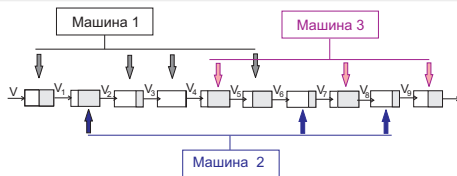
$$\delta_{i \rightarrow j}$$

Время, необходимое для переключения из буфера i в буфер j

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- $w(t) := \sum_i x_i$ — wip (work in progress) — общее количество работы в системе

Пример: управление гибкой производственной системой



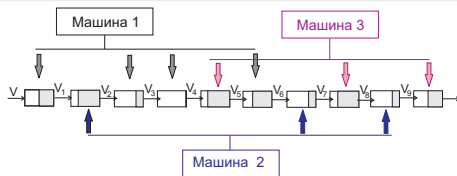
$$\delta_{i \rightarrow j}$$

Время, необходимое для переключения из буфера i в буфер j

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- $w(t) := \sum_i x_i$ — wip (work in progress) — общее количество работы в системе
- Протокол называется **устойчивым**, если $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} w(t) < \infty$.

Пример: управление гибкой производственной системой



$$\delta_{i \rightarrow j}$$

Время, необходимое для переключения из буфера i в буфер j

Алгоритм (политика, протокол) переключения (управления)

- $w(t) := \sum_i x_i$ — wip (work in progress) — общее количество работы в системе
- Протокол называется устойчивым, если $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} w(t) < \infty$.
- Когда существует устойчивый протокол и в чем он состоит?

Отступление: типы сетей

- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



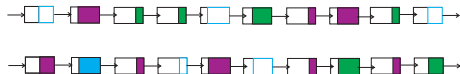
- Сеть с параллельными потоками



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



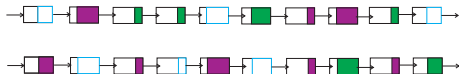
- Сеть с параллельными потоками



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



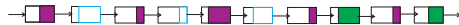
- Сеть с параллельными потоками



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



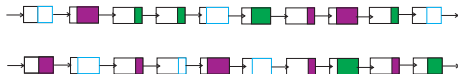
- Сеть с параллельными потоками



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



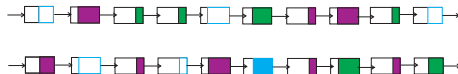
- Сеть с параллельными потоками



- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



- Сеть с параллельными потоками



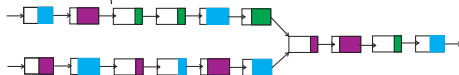
- Линейная сеть (однопоточковая сеть)



- Сеть с параллельными потоками



- Сеть со сливающимися потоками



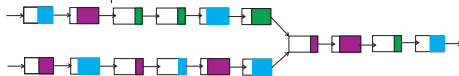
- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



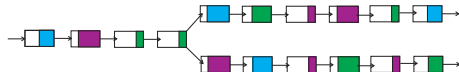
- Сеть с параллельными потоками



- Сеть со сливающимися потоками



- Ветвящаяся сеть



Циклические сети

- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



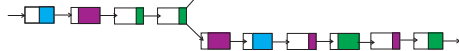
- Сеть с параллельными потоками



- Сеть со сливающимися потоками



- Ветвящаяся сеть



Ациклические сети

- Линейная сеть (однопотоковая сеть)



- Сеть с параллельными потоками



- Сеть со сливающимися потоками



- Ветвящаяся сеть



Условие стабилизируемости линейной сети



Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера
- I_k — зона обслуживания (множество обслуживаемых буферов, задаваемых порядковыми номерами) k -ой машины (зоны образуют разбиение множества буферов)

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера
- I_k — зона обслуживания (множество обслуживаемых буферов, задаваемых порядковыми номерами) k -ой машины (зоны образуют разбиение множества буферов)
- $\delta_{i \rightarrow j}$ — время переключения из буфера i в буфер j

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера
- I_k — зона обслуживания (множество обслуживаемых буферов, задаваемых порядковыми номерами) k -ой машины (зоны образуют разбиение множества буферов)
- $\delta_{i \rightarrow j}$ — время переключения из буфера i в буфер j

Необходимое и достаточное условие стабилизируемости

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера
- I_k — зона обслуживания (множество обслуживаемых буферов, задаваемых порядковыми номерами) k -ой машины (зоны образуют разбиение множества буферов)
- $\delta_{i \rightarrow j}$ — время переключения из буфера i в буфер j

Необходимое и достаточное условие стабилизируемости

$$\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \begin{cases} < 1 & \text{если } |I_k| \geq 2 \\ \leq 1 & \text{если } |I_k| = 1 \end{cases} \quad \forall k \quad , \text{ то есть для любой машины}$$

Условие стабилизируемости линейной сети



- λ — скорость входящего в систему потока
- μ_i — максимальная скорость обслуживания (изъятия содержимого) i -го буфера
- I_k — зона обслуживания (множество обслуживаемых буферов, задаваемых порядковыми номерами) k -ой машины (зоны образуют разбиение множества буферов)
- $\delta_{i \rightarrow j}$ — время переключения из буфера i в буфер j

Необходимое и достаточное условие стабилизируемости

$$\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \begin{cases} < 1 & \text{если } |I_k| \geq 2 \\ \leq 1 & \text{если } |I_k| = 1 \end{cases} \quad \forall k, \text{ то есть для любой машины}$$

Придумать устойчивую политику переключения

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^b x_b(t)$ — работа в первых r буферах

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T)$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

$$\tau_b(T) \geq \frac{\lambda}{\mu_b} T + \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T) \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \sum_{b \in I_k} \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

$$\tau_b(T) \geq \frac{\lambda}{\mu_b} T + \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T) \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \sum_{b \in I_k} \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

$$\tau_b(T) \geq \frac{\lambda}{\mu_b} T + \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$T \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + c_b$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T) \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \sum_{b \in I_k} \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

$$\tau_b(T) \geq \frac{\lambda}{\mu_b} T + \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$T \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + c_b \Rightarrow 1 \geq \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \frac{c_b}{T}$$

- T — время эксперимента ($T \rightarrow \infty$)
- $\tau_b(T)$ — общее время обслуживания буфера b за этот период
- $x_b^{\rightarrow}(T)$ — объём извлечённой из него работы
- $sw_k(T)$ — время, которое сервер k потратил на переключения
- $w_{1:r}(t) = \sum_{b=1}^r x_b(t)$ — работа в первых r буферах

$$\text{устойчивость} \Rightarrow w_{1:r}(t) \leq w(t) = \sum_{b=1}^n x_b(t) \leq \bar{w} < \infty$$

$$T = sw_k(T) + \sum_{b \in I_k} \tau_b(T) \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \sum_{b \in I_k} \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

$$w_{1:b}(0) + \lambda T - \mu_b \tau_b(T) \leq w_{1:b}(0) + \lambda T - x_b^{\rightarrow}(T) = w_{1:b}(T) \leq \bar{w}$$

$$x_b^{\rightarrow}(T) \leq \mu_b \tau_b(T)$$

$$\tau_b(T) \geq \frac{\lambda}{\mu_b} T + \frac{w_{1:b}(0) - \bar{w}}{\mu_b}$$

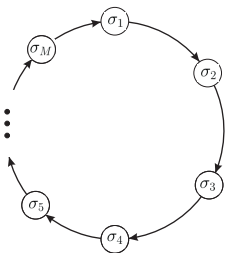
$$T \geq sw_k(T) + T \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + c_b \Rightarrow 1 \geq \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b} + \frac{c_b}{T} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 1 \geq \sum_{b \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_b}$$

Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)

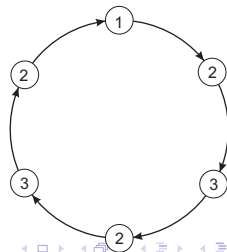
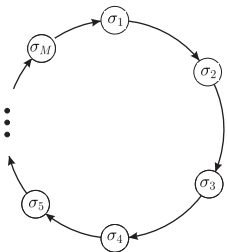
Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)
 $\sigma_i \neq \sigma_{i+1} \quad i = 1, \dots, M-1, \sigma_1 \neq \sigma_M$



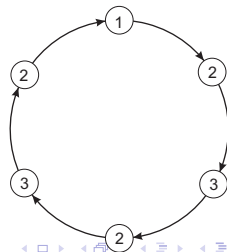
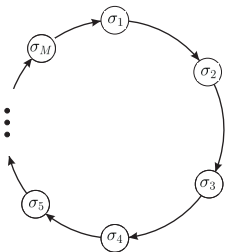
Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)
 $\sigma_i \neq \sigma_{i+1} \quad i = 1, \dots, M-1, \sigma_1 \neq \sigma_M$



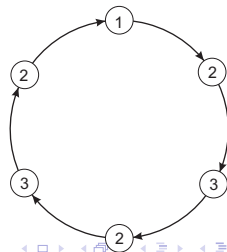
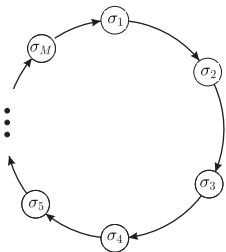
Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)
 $\sigma_i \neq \sigma_{i+1} \quad i = 1, \dots, M-1, \sigma_1 \neq \sigma_M$
- Циклическое переключение (циклическая политика) =
однократное посещение на (минимальном) периоде
($\sigma_i \neq \sigma_j \quad \forall i \neq j$)



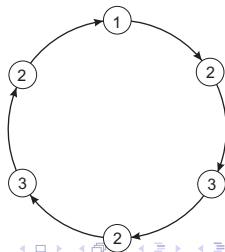
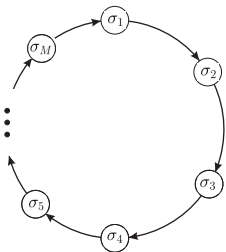
Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)
 $\sigma_i \neq \sigma_{i+1} \quad i = 1, \dots, M-1, \sigma_1 \neq \sigma_M$
- Циклическое переключение (циклическая политика) = однократное посещение на (минимальном) периоде
($\sigma_i \neq \sigma_j \quad \forall i \neq j$)
- Round robin = циклическая с заданным для каждого буфера временным слотом, в течение которого он обслуживается



Некоторые принципы построения политик переключения

- Периодическое переключение (периодическая политика)
 $\sigma_i \neq \sigma_{i+1} \quad i = 1, \dots, M-1, \sigma_1 \neq \sigma_M$
- Циклическое переключение (циклическая политика) = однократное посещение на (минимальном) периоде
($\sigma_i \neq \sigma_j \quad \forall i \neq j$)
- Round robin = циклическая с заданным для каждого буфера временным слотом, в течение которого он обслуживается
- Политика клиренса (clearence) = обслуживать до **опустошения** на максимальной скорости



Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

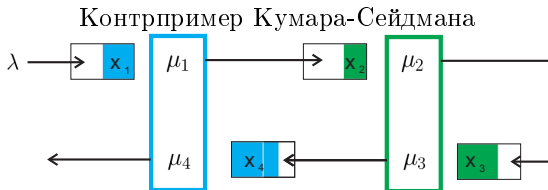
- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости

Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости
- Обслуживание буфера прекращается только, когда он полностью опустошается

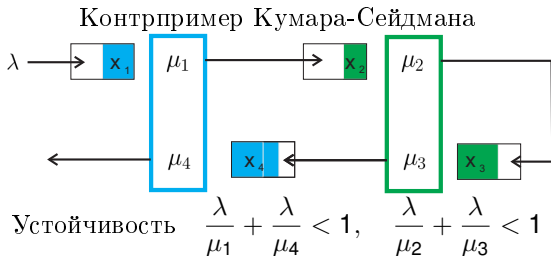
Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости
- Обслуживание буфера прекращается только, когда он полностью опустошается



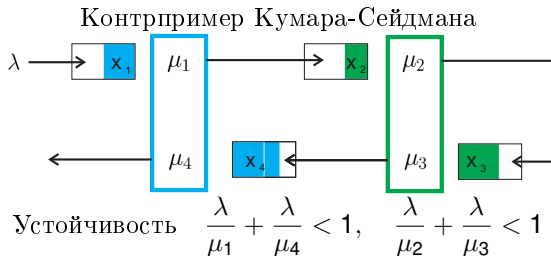
Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости
- Обслуживание буфера прекращается только, когда он полностью опустошается



Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

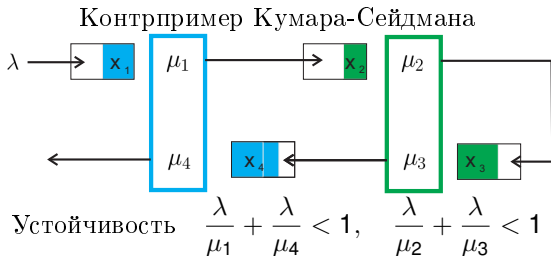
- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости
- Обслуживание буфера прекращается только, когда он полностью опустошается



$\frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1 \Rightarrow$ Clearing policy неустойчива : $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = +\infty$
логически недостаточна (переключение в пустой буфер)

Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса

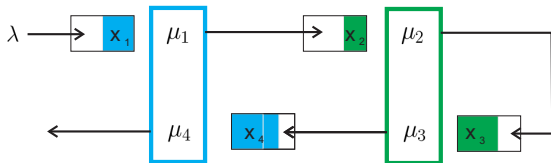
- Каждый буфер обслуживается на максимально возможной скорости
- Обслуживание буфера прекращается только, когда он полностью опустошается



$\frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1 \Rightarrow$ Clearing policy неустойчива : $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = +\infty$
логически недостаточна (переключение в пустой буфер)

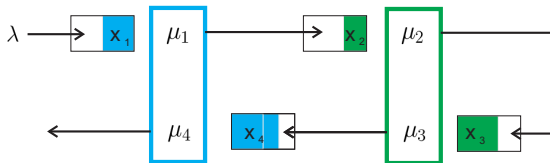
Существует ли универсальная идея построения устойчивой политики переключения?

Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса



$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_3} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1.$$

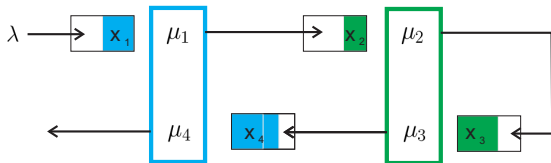
Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса



$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_3} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1.$$

$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1 < \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4}$$

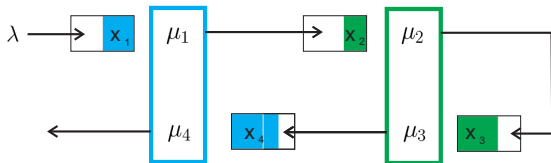
Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса



$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_3} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1.$$

$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1 < \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} \Rightarrow \mu_2 < \mu_1$$

Контрпример Кумара-Сейдмана к политике клиренса



$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_3} < 1, \quad \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} > 1.$$

$$\frac{\lambda}{\mu_1} + \frac{\lambda}{\mu_4} < 1 < \frac{\lambda}{\mu_2} + \frac{\lambda}{\mu_4} \Rightarrow \mu_2 < \mu_1$$

аналогично $\mu_4 < \mu_3$

Savkin policy: метод виртуального лота

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (ЭПОХИ)

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания

Savkin policy: метод виртуального лота

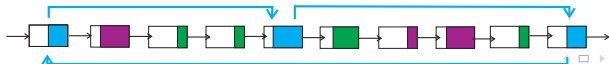
- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)

Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ

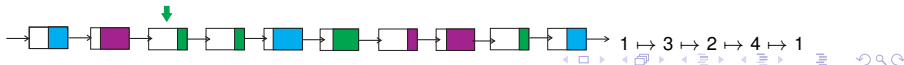
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



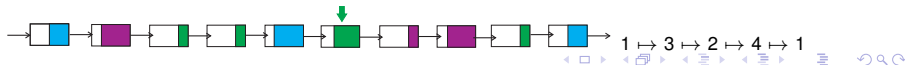
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



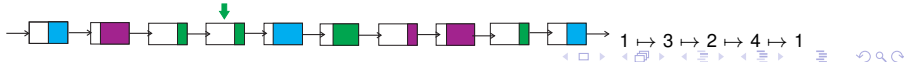
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



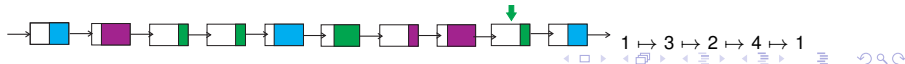
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



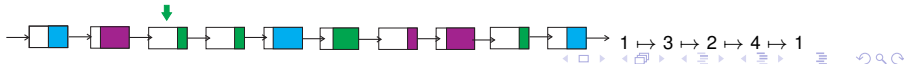
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



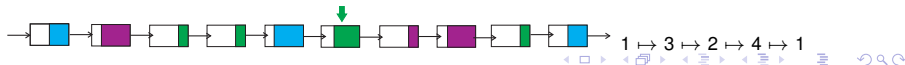
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



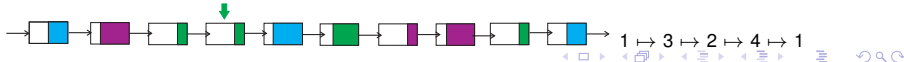
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



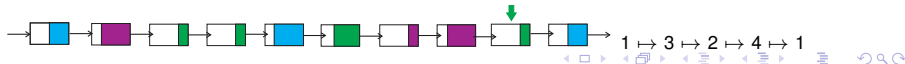
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



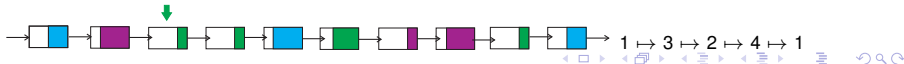
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



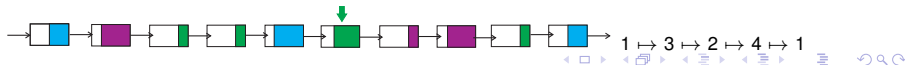
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



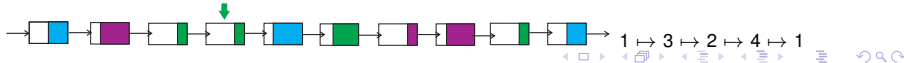
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



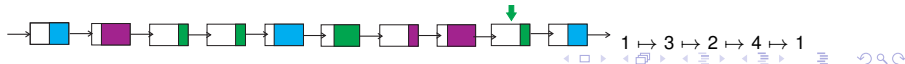
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



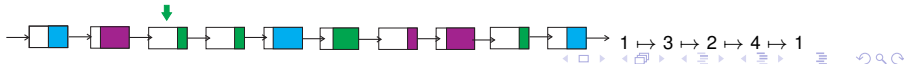
Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ



Savkin policy: метод виртуального лота

- Временная ось делится на интервалы равной длины τ (эпохи)
- Каждая машина выполняет одни и те же действия в пределах каждой эпохи
- Эти действия состоят в последовательном подключении ко всем буферам из зоны обслуживания по заранее выбранному циклическому правилу:
 - Правило задает порядок обхода буферов из зоны обслуживания
 - Каждый такой буфер посещается, причем только однажды
 - Обход заканчивается в исходном буфере
 - Если в момент возвращения в исходный буфер текущий эпоха еще не закончилась, машина простаивает до момента её окончания
- Каждый буфер обслуживается на максимальной скорости (если не оговорено противное)
- Буфер обслуживается до момента, когда объем извлеченного из него содержимого не станет равен виртуальному лоту $V_l = \lambda \cdot \tau$, т.е. работе, поступившей в систему за время τ

Корректность и устойчивость политики Савкина

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах одной эпохи вдоль каждой внутренней стрелки перемещается один виртуальный лот.

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и вернуться в исходный буфер



В пределах одной эпохи вдоль каждой внутренней стрелки перемещается один виртуальный лот. Кроме того один такой лот приходит в первый буфер.

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование должно выполняться и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах одной эпохи вдоль каждой внутренней стрелки перемещается один виртуальный лот. Кроме того один такой лот приходит в первый буфер. Следовательно любой буфер отдает один лот и взамен получает один лот.

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование **выполняется** и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах одной эпохи вдоль каждой внутренней стрелки перемещается один виртуальный лот. Кроме того один такой лот приходит в первый буфер. Следовательно любой буфер отдает один лот и взамен получает один лот.

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени

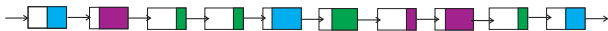
$$\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau.$$

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов.

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов. Для переключения между ними требуется фиксированное время T_k , которое не зависит от τ и определяется только заданным циклом переключений. При этом $T_k = 0$, если $|I_k| = 1$ (один буфер в зоне обслуживания)

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов. Для переключения между ними требуется фиксированное время T_k , которое не зависит от τ и определяется только заданным циклом переключений. При этом $T_k = 0$, если $|I_k| = 1$ (один буфер в зоне обслуживания) Условие того, что за время τ цикл переключений завершается, записывается в виде

$$\tau \geq T_k + \sum_{i \in I_k} \tau_i \Leftrightarrow \tau \geq T_k + \tau \sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \quad \forall k \quad (\star)$$

Корректность и устойчивость политики Савкина

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина должна успеть совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов. Для переключения между ними требуется фиксированное время T_k , которое не зависит от τ и определяется только заданным циклом переключений. При этом $T_k = 0$, если $|I_k| = 1$ (один буфер в зоне обслуживания) Условие того, что за время τ цикл переключений завершается, записывается в виде

$$\tau \geq T_k + \sum_{i \in I_k} \tau_i \Leftrightarrow \tau \geq T_k + \tau \sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \quad \forall k \quad (\star)$$

Здесь $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} < 1$, если $|I_k| \geq 2$ и $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \leq 1$, если $|I_k| = 1$ (условие устойчивости). Поэтому выполнение (\star) можно обеспечить выбирая τ достаточно большим.

Корректность и устойчивость политики Савкина

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина **успевает** совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов. Для переключения между ними требуется фиксированное время T_k , которое не зависит от τ и определяется только заданным циклом переключений. При этом $T_k = 0$, если $|I_k| = 1$ (один буфер в зоне обслуживания) Условие того, что за время τ цикл переключений завершается, записывается в виде

$$\tau \geq T_k + \sum_{i \in I_k} \tau_i \Leftrightarrow \tau \geq T_k + \tau \sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \quad \forall k \quad (\star)$$

Здесь $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} < 1$, если $|I_k| \geq 2$ и $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \leq 1$, если $|I_k| = 1$ (условие устойчивости). Поэтому выполнение (\star) можно обеспечить выбирая τ достаточно большим. **Вывод:** Политика Савкина корректна для всех достаточно больших τ .

Корректность и устойчивость политики Савкина

- В начале каждой эпохи содержимое каждого буфера не меньше виртуального лота
- Это требование выполняется и в конце эпохи
- В течение эпохи каждая машина совершить полный цикл переключений и возвратиться в исходный буфер



В пределах эпохи i -ый буфер обслуживается в течение времени $\tau_i = \frac{\lambda}{\mu_i} \tau$. Следовательно k -ой машине требуется $\sum_{i \in I_k} \tau_i$ единиц времени для обслуживания буферов. Для переключения между ними требуется фиксированное время T_k , которое не зависит от τ и определяется только заданным циклом переключений. При этом $T_k = 0$, если $|I_k| = 1$ (один буфер в зоне обслуживания) Условие того, что за время τ цикл переключений завершается, записывается в виде

$$\tau \geq T_k + \sum_{i \in I_k} \tau_i \Leftrightarrow \tau \geq T_k + \tau \sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \quad \forall k \quad (\star)$$

Здесь $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} < 1$, если $|I_k| \geq 2$ и $\sum_{i \in I_k} \frac{\lambda}{\mu_i} \leq 1$, если $|I_k| = 1$ (условие устойчивости). Поэтому выполнение (\star) можно обеспечить выбирая τ достаточно большим. **Вывод:** Политика Савкина корректна для всех достаточно больших τ . Эта политика очевидно устойчива

Циклическая политика клиренса Политика Савкина

- Избыточный wip

Циклическая политика клиренса
Политика Савкина

- Избыточный wip
- Избыточное время прохождения через систему

Циклическая политика клиренса
Политика Савкина

Проблема оптимизации протокола переключения

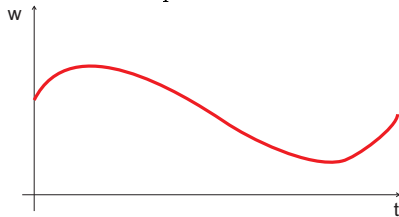
Масштабированный WIP

$$w(t) = \sum_b c_b x_b(t)$$

$c_b > 0$ — коэффициент ценности
буфера

Проблема оптимизации протокола переключения

- Зависит от времени



Масштабированный WIP

$$w(t) = \sum_b c_b x_b(t)$$

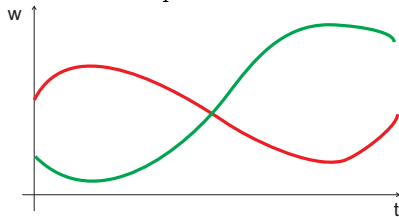
$c_b > 0$ — коэффициент ценности буфера

Масштабированный WIP

$$w(t) = \sum_b c_b x_b(t)$$

$c_b > 0$ — коэффициент ценности буфера

- Зависит от времени



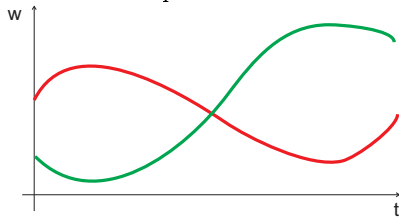
Проблема оптимизации протокола переключения

Масштабированный WIP

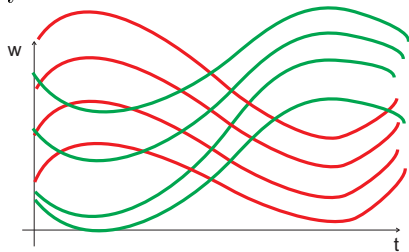
$$w(t) = \sum_b c_b x_b(t)$$

$c_b > 0$ — коэффициент ценности буфера

- Зависит от времени



- Зависит от начальных условий

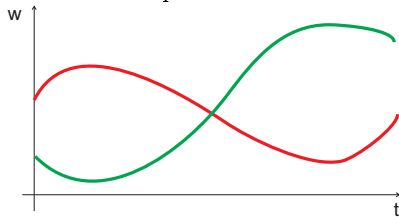


Проблема оптимизации протокола переключения

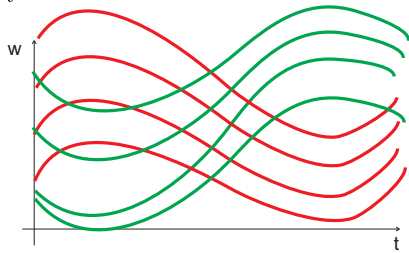
Усреднённый по времени WIP

$$\bar{w}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

- Зависит от времени



- Зависит от начальных условий



Проблема оптимизации протокола переключения

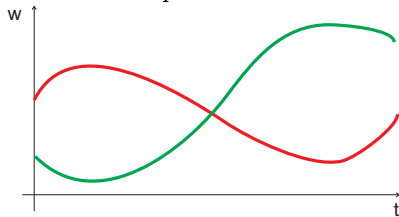
Усреднённый по времени WIP

$$\bar{w}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

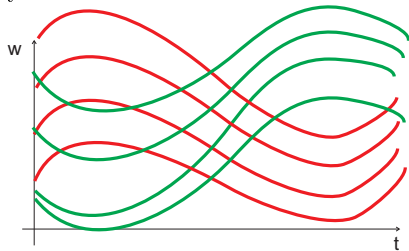
Минимизация максимальной средней очереди, складывающейся по прошествии большого времени

$$J_{\text{av-max}} := \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{w}(t) \rightarrow \min$$

- Зависит от времени



- Зависит от начальных условий



Проблема оптимизации протокола переключения

Усреднённый по времени WIP

$$\bar{w}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

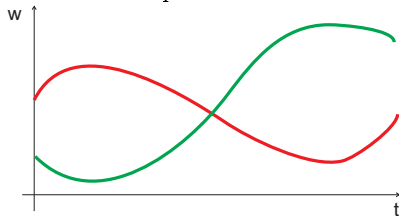
Минимизация максимальной средней очереди, складывающейся по прошествии большого времени

$$J_{\text{av-max}} := \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{w}(t) \rightarrow \min$$

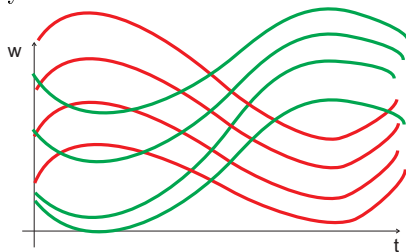
Минимизация аналогичной максимальной очереди

$$J_{\text{max}} := \lim_{t \rightarrow \infty} \max_b c_b x_b(t) \rightarrow \min$$

- Зависит от времени



- Зависит от начальных условий



Проблема оптимизации протокола переключения

Усреднённый по времени WIP

$$\bar{w}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Минимизация максимальной средней очереди, складывающейся по прошествии большого времени

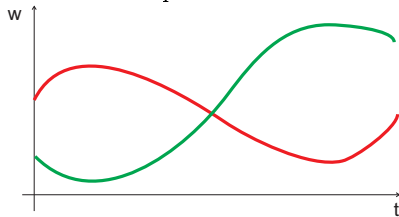
$$J_{\text{av-max}} := \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{w}(t) \rightarrow \min$$

Минимизация аналогичной максимальной очереди

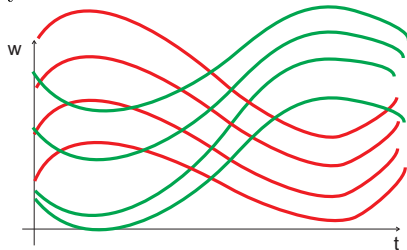
$$J_{\text{max}} := \lim_{t \rightarrow \infty} \max_b c_b x_b(t) \rightarrow \min$$

Расчёт на сходимость процессов друг к другу: $J_{\text{av-max}}$ и J_{max} не зависят от начальных условий

- Зависит от времени



- Зависит от начальных условий



процессы сходятся друг к другу

Сходимость влечёт независимость

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$
 $\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \quad \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \quad \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \quad \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{1}{t} \int_T^t \underbrace{|w'(\theta) - w''(\theta)|}_{\leq \varepsilon} d\theta$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{1}{t} \int_T^t \underbrace{|w'(\theta) - w''(\theta)|}_{\leq \varepsilon} d\theta$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{t-T}{t} \varepsilon$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{1}{t} \int_T^t \underbrace{|w'(\theta) - w''(\theta)|}_{\leq \varepsilon} d\theta$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{t-T}{t} \varepsilon$$

$$\Rightarrow \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{1}{t} \int_T^t \underbrace{|w'(\theta) - w''(\theta)|}_{\leq \varepsilon} d\theta$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{t-T}{t} \varepsilon$$

$$\Rightarrow \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0$$

$$\Rightarrow |\bar{w}'(t) - \bar{w}''(t)| \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

процессы сходятся друг к другу $\Rightarrow x'_b(t) - x''_b(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \forall b$

$$\Rightarrow w'(t) - w''(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists T > 0 : |w'(t) - w''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq T$$

$$\Rightarrow \text{при } t \geq T \text{ имеем } |\overline{w}'(t) - \overline{w}''(t)|$$

$$= \frac{1}{t} \left| \int_0^t [w'(\theta) - w''(\theta)] d\theta \right|$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{1}{t} \int_T^t \underbrace{|w'(\theta) - w''(\theta)|}_{\leq \varepsilon} d\theta$$

$$\leq \frac{1}{t} \int_0^T |w'(\theta) - w''(\theta)| d\theta + \frac{t - T}{t} \varepsilon$$

$$\Rightarrow \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} |\overline{w}'(t) - \overline{w}''(t)| \leq \varepsilon \quad \forall \varepsilon > 0$$

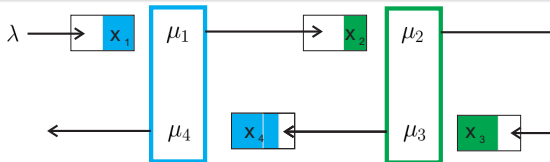
$$\Rightarrow |\overline{w}'(t) - \overline{w}''(t)| \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0 \Rightarrow \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \overline{w}'(t) = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \overline{w}''(t)$$

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)

Определение

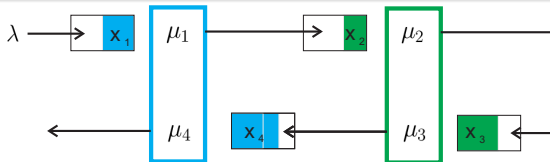
Траектория — состояние = функция(времени)



Траектория потоковой системы

Определение

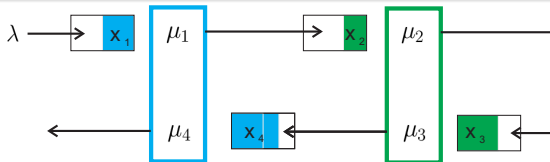
Траектория — состояние = функция(времени)



Непрерывное состояние:

Определение

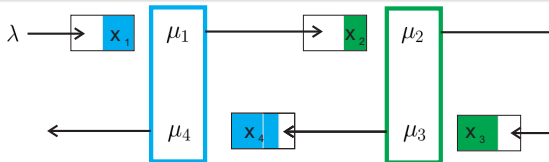
Траектория — состояние = функция(времени)



Непрерывное состояние:
состояние буферов

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



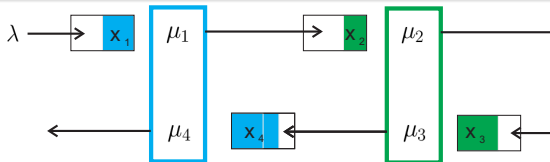
Непрерывное состояние:
состояние буферов

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Траектория потоковой системы

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



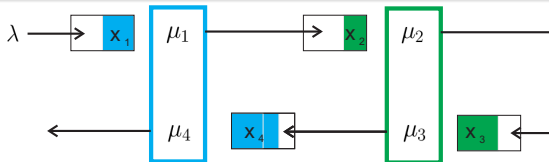
Дискретное состояние:

Непрерывное состояние:
состояние буферов

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



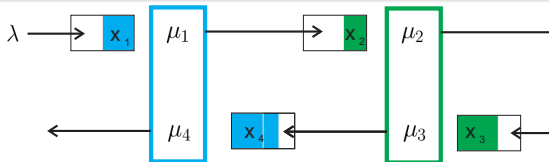
Непрерывное состояние:
состояние буферов

Дискретное состояние:
с кем работает 1 и 2 машина

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



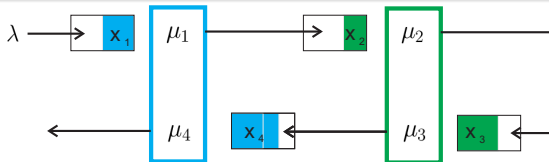
Непрерывное состояние:
состояние буферов

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Дискретное состояние:
с кем работает 1 и 2 машина
 \ominus — простаивает

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



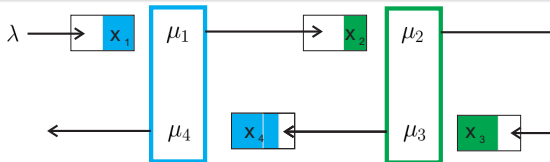
Непрерывное состояние:
состояние буферов

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Дискретное состояние:
с кем работает 1 и 2 машина
 \ominus — простаивает
 i — работает с буфером i

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



Непрерывное состояние:
состояние буферов

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

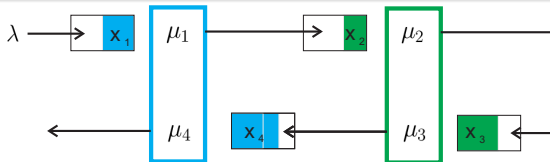
Дискретное состояние:
с кем работает 1 и 2 машина
 \ominus — простаивает
 i — работает с буфером i
Девять состояний

$$q = \begin{cases} (\ominus, \ominus), (\ominus, 2), (\ominus, 3), \\ (1, \ominus), (1, 2), (1, 3), \\ (4, \ominus), (4, 2), (4, 3) \end{cases}$$

Траектория потоковой системы

Определение

Траектория — состояние = функция(времени)



Непрерывное состояние:
состояние буферов

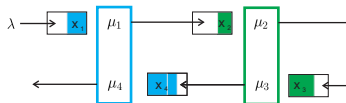
$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}$$

Дискретное состояние:
с кем работает 1 и 2 машина
 \ominus — простаивает
 i — работает с буфером i
Девять состояний

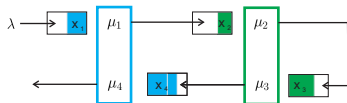
$$q = \begin{cases} (\ominus, \ominus), (\ominus, 2), (\ominus, 3), \\ (1, \ominus), (1, 2), (1, 3), \\ (4, \ominus), (4, 2), (4, 3) \end{cases}$$

Траектория — пара функций времени $x(t), q(t)$

Траектория потоковой системы

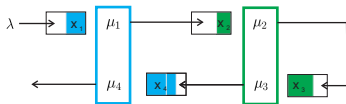


Траектория потоковой системы



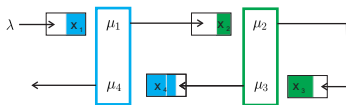
$$\dot{x}(t) = V_q(t),$$

Траектория потоковой системы



$$\dot{x}(t) = V_q(t), \quad \text{например} \quad V_{(1,3)} = \begin{pmatrix} \lambda - \mu_1 \\ \mu_1 \\ -\mu_3 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$$

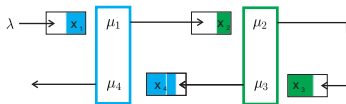
Траектория потоковой системы



$$\dot{x}(t) = V_{q(t)}, \quad \text{например } V_{(1,3)} = \begin{pmatrix} \lambda - \mu_1 \\ \mu_1 \\ -\mu_3 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$$

$$q(t) \longrightarrow q(t+0)$$

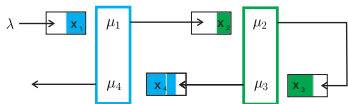
Траектория потоковой системы



$$\dot{x}(t) = V_{q(t)}, \quad \text{например } V_{(1,3)} = \begin{pmatrix} \lambda - \mu_1 \\ \mu_1 \\ -\mu_3 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$$

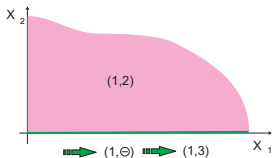
$$q(t) \xrightarrow{\text{политика переключения}} q(t+0)$$

Траектория потоковой системы

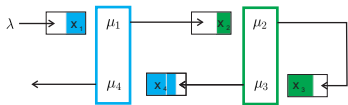


$$\dot{x}(t) = V_{q(t)}, \quad \text{например } V_{(1,3)} = \begin{pmatrix} \lambda - \mu_1 \\ \mu_1 \\ -\mu_3 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$$

$q(t) \xrightarrow{\text{политика переключения}} q(t+0)$

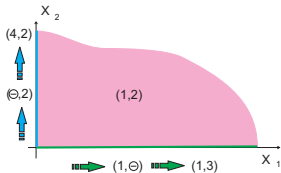


Траектория потоковой системы



$$\dot{x}(t) = V_{q(t)}, \quad \text{например } V_{(1,3)} = \begin{pmatrix} \lambda - \mu_1 \\ \mu_1 \\ -\mu_3 \\ \mu_3 \end{pmatrix}$$

$q(t) \xrightarrow{\text{политика переключения}} q(t+0)$



Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t + T) = x(t)$, $q(t + T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t + T) = x(t)$, $q(t + T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$I =$

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t + T) = x(t)$, $q(t + T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за период} \end{array} \right] = \frac{1}{T} \int_0^T w(t) dt$$

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t + T) = x(t)$, $q(t + T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за любое число} \\ \text{периодов} \end{array} \right] = \frac{1}{k \cdot T} \int_0^{k \cdot T} w(t) dt$$

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t+T) = x(t)$, $q(t+T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за бесконечный} \\ \text{интервал времени} \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t + T) = x(t)$, $q(t + T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за бесконечный} \\ \text{интервал времени} \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Стратегия оптимизации протокола
переключения

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t+T) = x(t)$, $q(t+T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за бесконечный} \\ \text{интервал времени} \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Стратегия оптимизации протокола переключения

- Найти периодическую траекторию, оптимальную по критерию $I \rightarrow \min$

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t+T) = x(t)$, $q(t+T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за бесконечный} \\ \text{интервал времени} \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Стратегия оптимизации протокола переключения

- Найти периодическую траекторию, оптимальную по критерию $I \rightarrow \min$ в некотором априорно выбранном классе периодических траекторий

Оптимизация методом возбуждения оптимальных колебаний

Определение

Периодическая траектория $x(t+T) = x(t)$, $q(t+T) = q(t)$;
 $T > 0$ — период

$$I = \left[\begin{array}{c} \text{Средний wip} \\ \text{за бесконечный} \\ \text{интервал времени} \end{array} \right] = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t w(\theta) d\theta$$

Стратегия оптимизации протокола переключения

- Найти периодическую траекторию, оптимальную по критерию $I \rightarrow \min$ в некотором априорно выбранном классе периодических траекторий
- Придумать политику переключения, при применении которой все траектории системы независимо от начального состояния стремятся с течением времени к упомянутой оптимальной периодической траектории