Задачи проф. Алексея Серафимовича Матвеева (almat1712@yahoo.com)

Задача 8. Транзит через тридесятое царство.

Влюбленных много, он один -
У переправы
Н. Зиновьев

Тридесятое царство традиционно оказывает услуги по транзиту грузов. Транзит стабилизировался: имеется k стационарных транспортных потоков, подлежащих сквозному транзиту через территорию страны. Они настолько интенсивны, что их дискретной природой можно пренебречь и интерпретировать их как потоки жидкости. Скорость i-го потока на входе в страну постоянна и равна λ_i.

В царстве много рек и мало мостов, но зато есть N переправ. Порядок перемещения грузов по переправам регламентирован: для каждого потока задана цепочка переправ, которые он последовательно посещает. Перемещение груза с j-той переправы на m-ую занимает фиксированное время $\tau_{j\to m}$. Когда j-ая переправа открыта, дискретностью происходящих на ней процессов также можно пренебречь и считать, что из очереди на переправу грузы извлекаются непрерывно со скоростью μ_j (если есть, кого переправлять, и 0, если некого).

Основная проблема с транзитом — царь-батюшка, человек вспыльчивый и решительный. В итоге на все переправы остался один специалист. Если он на переправе, она работает, если его нет, переправа закрыта. Переезд специалиста с переправы j на переправу m занимает $\delta_{j\to m}$ единиц времени. Все прочие специалисты поисчезали в итоге дискуссий на тему, является ли скопление грузов следствием их дурости на предмет алгоритма обслуживания (откуда куда ехать, сколько времени обслуживать каждую переправу, в какой пропорции делить время её обслуживания между конкурирующими потоками), или следствием объективных обстоятельств непреодолимой силы (при любом алгоритме затаривание неизбежно). Помогите последнему специалисту решить проблему устойчивости головы на плечах.

Пояснение: алгоритм обслуживания обеспечивает допустимое скопление грузов, если их суммарное количество на территории царства с течением времени остается ограниченным. Если это суммарное количество неограниченно возрастает, алгоритм недопустим.

Вопрос: существует или нет допустимый алгоритм обслуживания переправ, и если да, то в чем он состоит.

Дано:

- Число грузопотоков k;
- Число переправ N;
- Скорости грузопотоков на входе в царство $\lambda_1, \dots, \lambda_k$;
- Скорости переправ $\mu_1, \dots, \mu_N$;
- Регламент переправ: таблица с k строками и N столбцами, i-ая строка перечисляет номера переправ, последовательно посещаемых i-ым грузопотоком;
- таблица с N строками и N столбцами, в j-ой строке и m-ом столбце записано $\tau_{j\to m}$ (обязательно $\tau_{j\to j} = 0$);
- таблица с N строками и N столбцами, в j-ой строке и m-ом столбце записано $\delta_{j\to m}$ (обязательно $\delta_{j\to j} = 0$);

Пояснение: прототипичная задача управления потоковой переключательной сетью (транспортной, коммуникационной, производственной, логистической, компьютерной и т.п.)

Задача 9. Управление биореактором.

Процесс развития популяции бактерий описывается уравнением

$$x(t+1) = \alpha x(t) + u(t) + w(t).$$

Здесь $t = 0, 1, 2, \dots$ — время, $u(t) \in \mathbb{R}$ — управление, $x(t) \in \mathbb{R}$ — размер популяции в момент времени t, величина $w(t) \in [-W, W]$ отражает влияние неизвестных случайных факторов (при этом их граница W известна), слагаемое $\alpha x(t)$ отражает естественную смертность и рождаемость бактерий, коэффициент

$\alpha \in (1, 2)$ известен. Задача — удержать размер популяции в заданном коридоре $x_L \leq x(t) \leq x_R \ \forall t$ при любых изменяющихся во времени возмущений $w(t) \in [-W, W]$. Начальный размер популяции лежит в указанном интервале и неизвестен. Отрицательное значение $x(t)$ означает, что популяция погибла. В момент t управление $u(t)$ выбирается на ваше усмотрение, но только на основании доступных данных. Имеющиеся здесь возможности сводятся к тому, что в любой момент времени t можно поставить вопрос "больше ли текущий размер популяции $x(t)$ заданного числа z"и получить на него ответ в момент времени $t+1$. При этом число z в вашем распоряжении, но следующий такой вопрос (возможно уже с другим значением z) вы сможете задать только в следующий момент $t+1$.

Какова минимальная ширина коридора, в котором можно удержать размер популяции с помощью надлежащей стратегии управления?

Пояснение. Стратегия управления — алгоритм (правило), однозначно определяющее очередное управление $u(t)$ и "вопрос"$z(t)$ исходя из того (и только того), что известно к моменту t. При $t = 0$ известны только α, W, x_L, x_R. В момент $t = 1$ к этим данным присоединяется ответ на первый вопрос, в момент $t = 2$ добавляется ответ на второй вопрос и так далее.

Смысл задачи: управление через канал связи ограниченной (1bit/sec) пропускной способности.

Задача 10. Выведение мобильного микро-робота на цель в сложной неопределённой среде в условиях сенсорного дефицита.

Цель — неподвижная точка, робот — точка, перемещающаяся с заданной постоянной скоростью, её направление — управляющая переменная. Для миниатюрных (вплоть до нано-уровня) роботов типичны ограниченные сенсорные возможности. Априорные данные о операционной среде, например, в виде карты с указанием препятствий движению и свободных зон часто отсутствуют. Рассматриваем следующую ситуацию.

- Робот снабжён связанной с ним декартовой системой координат, её ось абсцисс всегда ориентирована по вектору скорости робота.
- В этой системе робот измеряет алгебраический угол направления на цель.
- Робот распознает столкновение с препятствием.
- Находясь в контакте с препятствием или вблизи него, он способен получить картину границы препятствия в своей малой окрестности, что в частности, позволяет ему определить касательную к границе, кривизну границы и двигаться вдоль границы.

Никакие другие измерения роботу недоступны. Робот не способен изменять среду, в частности, оставлять и впоследствии распознавать какие-либо метки. Препятствия могут иметь сложную, лабиринто-подобную форму, их может быть несколько. Цель может находиться внутри лабиринта, но доступна из начальной позиции робота.

Серия задач связана с вопросом: *Существует ли алгоритм управления роботом, который обеспечивает гарантированное выведение робота на цель в указанном контексте?* Если существует, то в чём он состоит. Если не существует, то в каком смысле, до какой степени, или при каких дополнительных требованиях к сцене можно приблизиться к алгоритмическому решению задачи достижения поставленной цели.

Задача 11. Биологический диполь и бионические алгоритмы поиска экстремума естественных полей.

Естественное поле задано как скалярная функция на плоскости или в пространстве. Она, например, может представлять уровень радиации, концентрацию загрязняющего агента (например, нефти в морской воде), температуру и т.п. Априори эта функция неизвестна, её значение может быть измерено в текущей точке пребывания точечного мобильного робота, градиент поля (не говоря о старших производных) измерению недоступен. По этим измерениям требуется вывести робота в точку максимума поля (предполагаемый источник поля). Есть основания полагать, что даже такие примитивные существа, как бактерии, располагают эффективными алгоритмами коллективного решения этой задачи, причём сверхмалым коллективом (для плоскости — с двумя членами) и за счёт элементарных действий. Предполагается математическое исследование ряда подобных алгоритмов в различном контексте с целью выяснения их реальных возможностей для последующего применения в робототехнических многоагентных комплексах.